



CÁLCULO 4 – ECA – PROVA 3

Prof. *Rildo Soares*

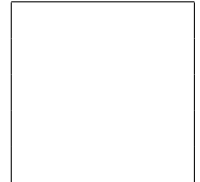
Nome completo: _____

Duração da prova: 2 horas. Data: 14/06/2018

O aluno deverá desenvolver QUATRO AS QUESTÕES.

ATENÇÃO: Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada.

Nota



Considere a série geral de Fourier dada por:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + b_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \right]$$

com coeficientes: $a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$ para $n \geq 0$ e $b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$ para $n > 0$.

1. [2.5 pt] Encontre a série de Fourier da função:

$$\begin{cases} f(x) = 1 & \text{se } 0 < x < 1; \\ f(x) = 0, & \text{se } x = 0; \\ f(x) = -1 & \text{se } -1 < x < 0; \end{cases} \quad \text{e expandindo-se periodicamente.}$$

2. [2.5 pt] Resolva a EDP:

$$3u_x + 2u_y = 0$$

com condições $u(x, 0) = 4e^{-x}$.

3. [2.5 pt] Resolva o problema de valor inicial e fronteira:

$$\begin{cases} u_t = 4u_{xx} - 17u & 0 < x < \frac{\pi}{3}, \quad t > 0; \\ u(0, t) = u\left(\frac{\pi}{3}, t\right) = 0, & t \geq 0; \\ u(x, 0) = 4\operatorname{sen}(3x) - 7\operatorname{sen}(6x). \end{cases}$$

4. [2.5 pt] Diga quais das funções abaixo são soluções da edp:

$$u_{xx} + u_{yy} = 0$$

- a) $u_n(x, y) = \operatorname{sen}(nx) \operatorname{senh}(ny)$;
- b) $u(x, y) = \frac{e^y \operatorname{sen}(x) - e^y \operatorname{sen}(x)}{2}$;
- c) $u(x, y) = yx^3 - xy^3$.

5. [2.5 pt] Considere uma barra de material homogêneo, de comprimento L termicamente isolada nas laterais e NAS EXTREMIDADES. Considere uma função temperatura inicial $u(x, 0) = f(x)$. Construa o modelo matemático que explica o comportamento da temperatura na barra em função do tempo e da posição na barra. (Isto é, obtenha o PVIF). Justifique.