CEFET-RJ Nova Iguaçu

Centro Federal de Educação Tecnológica
Unidade de Nova Iguaçu
Ensino de Graduação
Matemática

Exercícios de Cálculo 3
Funções de Várias Variáveis
Lista 1

1) Considere as funções $f(x) = 2x^2 - x$, $g(y) = \sqrt{3y-2}$ e $q(z) = \dfrac{5z}{z-4}$. Escreva as regras das funções:

a) $h(x,y,z) = e^{f(x)} - 2(g(y))^2 + 3q(z)$

b) $h(x,y,z) = (g(y))(f(x)) - (q(z))^{-1}$

c) $h(x,y) = \dfrac{f(x)}{g(y)} + \frac{1}{2}q(y)q(x)$

d) $h(z) = q(z)^{f(z)} - \sqrt{g(z)}$

Agora faça $x = 0$, $y = 1$ e $z = 4$ e em cada uma das alternativas anteriores, quando for possível calcule o valor de h. Diga em que espaço estão o domínio, a imagem e o gráfico da função h em cada caso.

2) Determine o domínio de cada função abaixo e represente-o graficamente:

a) $f(x) = \sqrt{x}$

b) $f(x,y) = \sqrt{xy}$

c) $f(x,y,z) = \sqrt{xyz}$

d) $g(r,s) = \sqrt{s-r}$

e) $f(x,y) = \dfrac{x^2}{2x-y}$

f) $f(x,y) = \sqrt{xy - 2x - 4y + 8}$

g) $f(x,y,z) = ln(xyz - xz - yz + z)$

h) $g(r,s) = \dfrac{rs}{(sr^2 - s)(rs^2 - r)}$

i) $f(x,y) = ln\left(\dfrac{\sqrt{x-1}}{x-y}\right)$

3) Para a s funções abaixo esboce as curvas de nível:

a) $f(x,y) = 1 - x - y$ com valores 1 e -1.

b) $f(x,y) = \dfrac{2xy}{x^2+y^2}$ com valores 1, 0 e -1.

c) $f(x,y) = \dfrac{2xy}{x^2+y^2}$ com valores 1 e 0.

b) $f(x,y) = \dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ com valores 1, 0 e -1.

4) Seja $f(x,y) = 1 - x^2 - y^2$. Determine o domínio, a imagem, desenhe as curvas de nível e esboce o gráfico.

5) Seja $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$. Determine o domínio, a imagem, desenhe as curvas de nível e esboce o gráfico.

6) Nos seguintes exercícios, (i) encontre o domínio, (ii) encontre a imagem, e (iii) descreva algumas curvas de nível da função:

a) $f(x,y) = x^2 - y^2$;

b) $f(x,y) = \frac{y}{x^2}$;

c) $f(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{16 - x^2 - y^2}}$;

d) $f(x,y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$;

e) $f(x,y) = ln(x^2+y^2)$;

f) $f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)}$;

7) Esboce o gráfico das funções a seguir:

a) $f(x,y) = 3$;

b) $f(x,y) = y$;

c) $f(x,y) = 1 - x - y$;

d) $f(x,y) = cos(x)$;

e) $f(x,y) = 1 - x^2$;

f) $f(x,y) = 3 - (x^2 + y^2)$;

g) $f(x,y) = 4x^2 + y^2 + 1$;

h) $f(x,y) = \sqrt{16 - x^2 - 16y^2}$;

i) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$;

8) Considere as funções:

a) $f(x,y) = x + y$ Para que valores de x, y se tem $f(x,y) = 2$? Represente graficamente a resposta.

b) $f(x,y) = 2^{x+y}$ Para que valores de x, y se tem $f(x,y) = 1$? Represente graficamente a resposta.

c) $f(x,y) = xy$ Para que valores de x, y se tem $f(x,y) = 1$? Represente graficamente a resposta.

9) Desenhe as curvas de nível para os valores de os valores de k dados:

a) $z = x^2 - y^2$, $k = 0, 1, 2, 3$;

b) $z = y^2 - x^2$, $k = 0, 1, 2, 3$;

c) $z = \frac{1}{2}ln(\sqrt{x^2 + y^2})$, $k = 0, 1, 2, 3$;

d) $z = |x| + |y|$, $k = 1, 2, 4$;

10) Uma camada fina de metal, localizada no plano xy, tem temperatura $T(x,y)$ no ponto (x,y). As curvas de nível de T são chamadas de isotérmicas por que todos os pontos em uma isotérmica têm a mesma temperatura. Faça o esboço de algumas isotérmicas se a função de temperatura for dada por

$$T(x,y) = \frac{1}{1 + x^2 + 2y^2}$$

11) Se $V(x,y)$ é o potencial elétrico de um ponto (x,y) do plano xy, as curvas de nível de V são chamadas curvas equipotenciais, porque nelas to dos os pontos têm o mesmo potencial elétrico. Esboce algumas curvas equipotenciais de

$$V(x,y) = \frac{c}{r^2 - x^2 - y^2}$$

onde c é uma constante positiva.

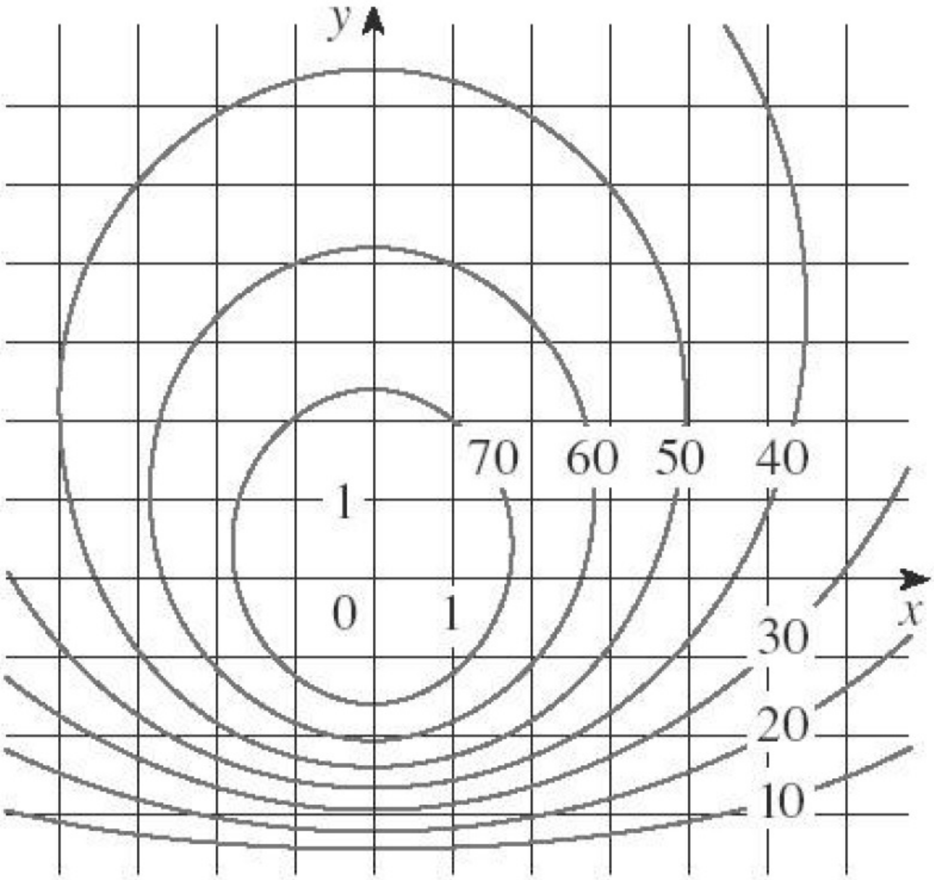
12 Seja $f(x,y) = \sqrt{10 - x - y^2}$.

(a) Represente o domínio de f no plano xy e determine a imagem de f.

(b) Identifique as interseções do gráfico de f com os planos $z = 0, z = 1, z = 2, y = 0$ e $x = 0$.

(c) Faça um esboço do gráfico de f.

13 Na Figura abaixo são mostradas curvas de nível para a função f. Use-as e para estimar o valor de $f(-3,3)$ e $f(3,-2)$. O que você pode dizer sobre a forma do gráfico de $f(x,y)$?



14) Associe as funções dadas de (a) até (f) com seus respectivos gráficos indicado por A até F e com suas respectivas curvas de nível dadas nas figuras de $I)$ até $VI)$.

a) $f(x,y) = sen(\sqrt{x^2+y^2})$;

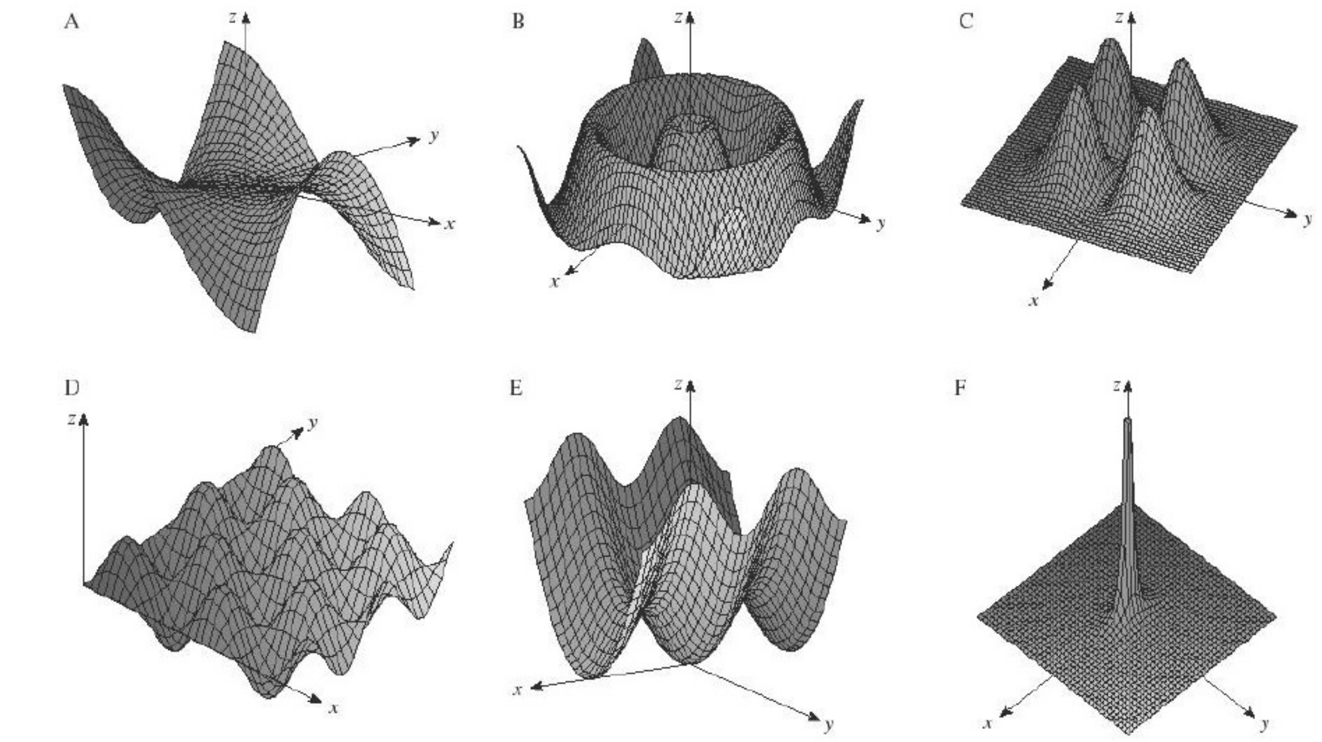
b) $f(x,y) = x^2y^2e^{-x^2-y^2}$;

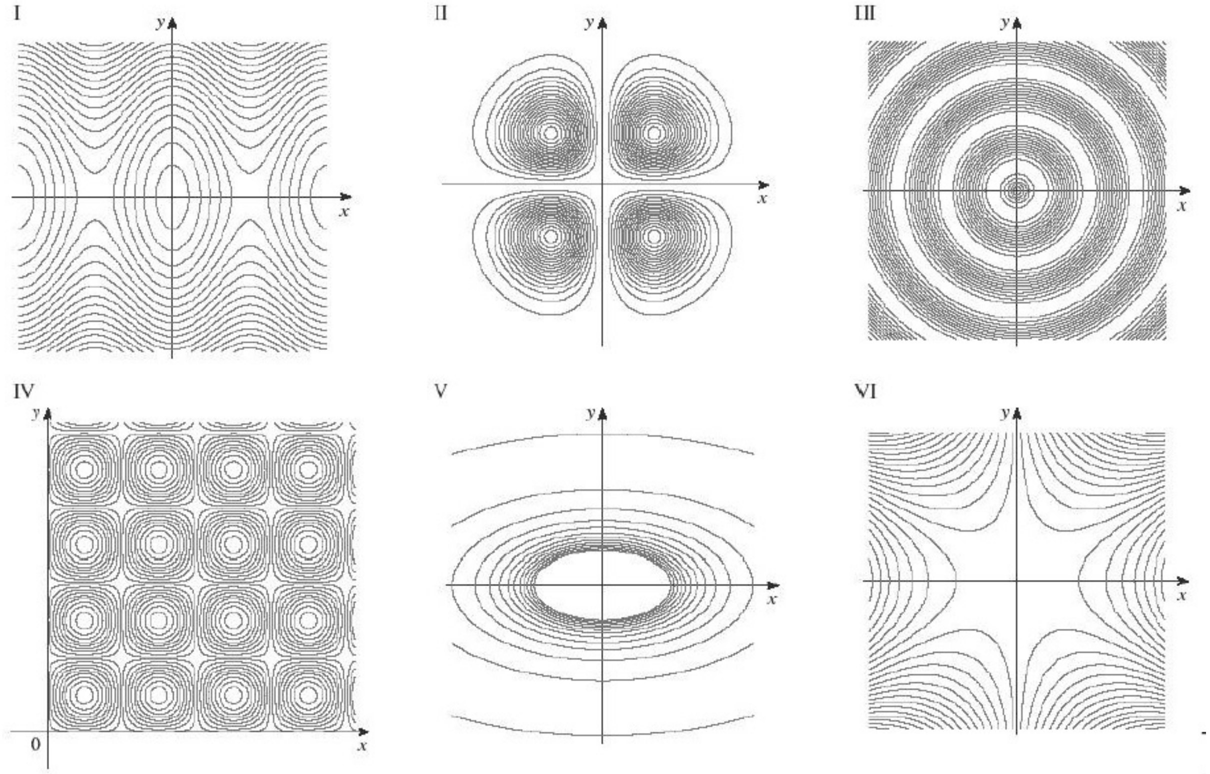
c) $f(x,y) = \frac{1}{x^2+4y^2}$;

d) $f(x,y) = x^3 - 3xy^2$;

e) $f(x,y) = sen(x)sen(y)$;

f) $f(x,y) = sen^2(x) + \frac{1}{4}y^2$;


A
B
C
D
E
F


I
II
III
IV
V
VI