CEFET-RJ
Nova Iguaçu

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA
UNIDADE DE NOVA IGUAÇU
Ensino de Graduação
MATEMÁTICA

CÁLCULO 4 – ECA – EMECA – PROVA PR
Prof. *Rildo Soares*

Nome completo: ____

Nota

Duração da prova: 2 horas. Data: 07/12/2015
O aluno deverá desenvolver APENAS QUATRO questões da prova.
ATENÇÃO: Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada. Onde estiver escrito MOSTRE ou PROVE, você deve mostrar ou provar. Onde estiver escrito calcule, basta calcular.

1. [2.5 pt] Usando **Transformadas de Laplace**, resolva o PVIF.

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} \quad 0 < x < 1, \quad t > 0; \\ u(0,t) = u(1,t) = 0 \quad t > 0; \\ u(x,0) = 3sen(2\pi x) \quad 0 < x < 1. \end{cases}$$

2. [2.5 pt] Encontre as soluções e faça a representação no plano complexo:

a) (1,25)

$$z^{12} - 1 = 0$$

b) (1,25)

$$z^2 - \left(\frac{1 - i\sqrt{3}}{2} \right) = 0$$

3. [2.5pt] Seja $r > 0$ e a curva C sendo $\gamma(t) = re^{it}$, ($t \in [0, 2\pi]$) a parametrização de uma circunferência de raio r, centrada na origem e percorrida no sentido anti-horário. Calcule:

$$\oint_C z^n dz$$

dando condições para $n \in \mathbb{Z}$.

4. [2.5 pt] Verifique que a função

$$u(x, y) = x^2 - y^2 - y$$

é harmônica em algum domínio e determine sua função harmônica conjugada complexa.

5. [2.5pt] Resolva o sistema:

$$\begin{cases} x' + x + y' - y = 2 \\ x'' + x' - y' = cos(t) \\ x(0) = 0, x'(0) = 2, y(0) = 1 \end{cases}$$

6. [2.5pt] Calcule a transformada de Laplace da função:

$$f(t) = \begin{cases} sen(t), \quad 0 \le t < \frac{\pi}{4}; \\ sen(t) + cos(t - \frac{\pi}{4}) \quad t \ge \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

7. [2.5 pt] Resolva completamente o PVIF.

$$\begin{cases} u_t = 4u_{xx} - 17u; \\ u(0,t) = u(\frac{\pi}{3}, t) = 0; \\ u(x,0) = 4sen(3x) - 7sen(6x). \\ para \quad t \geq 0, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}. \end{cases}$$

8. [2.5 pt] Resolva completamente o PVIF.

$$\begin{cases} u_t = 2u_{xx} \quad 0 < x < 3, \quad t \geq 0; \\ u(0,t) = u(3,t) = 0; \\ u(x,0) = 5sen(4\pi x) - 3sen(8\pi x) + 2sen(10\pi x). \end{cases}$$

Estas informações podem ser úteis em algumas questões da prova.:

$y'' - ay = -3sen(2\pi t)$ tem solução geral

$C_1 e^{\sqrt{a}t} + C_2 e^{-\sqrt{a}t} + C_3 sen(2\pi t)$

e lembre-se: A solução de uma equação deve satisfazer a equação.

$\mathtt{L[e^{-at}]} = \frac{\mathtt{1}}{\mathtt{s-a}}$

$\int_C z^n dz = \int_a^b f(\gamma(t))(\gamma'(t))dt$