



CÁLCULO 4 – ECA – EMECA – PROVA PR
Prof. *Rildo Soares*

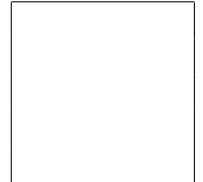
Nome completo: _____

Duração da prova: 2 horas. Data: 07/12/2015

O aluno deverá desenvolver APENAS QUATRO questões da prova.

ATENÇÃO: Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada. Onde estiver escrito MOSTRE ou PROVE, você deve mostrar ou provar. Onde estiver escrito calcule, basta calcular.

Nota



1. [2.5 pt] Usando **Transformadas de Laplace**, resolva o PVIF.

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} & 0 < x < 1, \quad t > 0; \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & t > 0; \\ u(x, 0) = 3\text{sen}(2\pi x) & 0 < x < 1. \end{cases}$$

2. [2.5 pt] Encontre as soluções e faça a representação no plano complexo:

a) (1,25)

$$z^{12} - 1 = 0$$

b) (1,25)

$$z^2 - \left(\frac{1 - i\sqrt{3}}{2} \right) = 0$$

3. [2.5pt] Seja $r > 0$ e a curva C sendo $\gamma(t) = re^{it}$, ($t \in [0, 2\pi]$) a parametrização de uma circunferência de raio r , centrada na origem e percorrida no sentido anti-horário. Calcule:

$$\oint_C z^n dz$$

dando condições para $n \in \mathbb{Z}$.

4. [2.5 pt] Verifique que a função

$$u(x, y) = x^2 - y^2 - y$$

é harmônica em algum domínio e determine sua função harmônica conjugada complexa.

5. [2.5pt] Resolva o sistema:

$$\begin{cases} x' + x + y' - y = 2 \\ x'' + x' - y' = \cos(t) \\ x(0) = 0, x'(0) = 2, y(0) = 1 \end{cases}$$

6. [2.5pt] Calcule a transformada de Laplace da função:

$$f(t) = \begin{cases} \text{sen}(t), & 0 \leq t < \frac{\pi}{4}; \\ \text{sen}(t) + \cos(t - \frac{\pi}{4}) & t \geq \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

7. [2.5 pt] Resolva completamente o PVIF.

$$\begin{cases} u_t = 4u_{xx} - 17u; \\ u(0, t) = u(\frac{\pi}{3}, t) = 0; \\ u(x, 0) = 4\text{sen}(3x) - 7\text{sen}(6x). \\ \text{para } t \geq 0, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}. \end{cases}$$

8. [2.5 pt] Resolva completamente o PVIF.

$$\begin{cases} u_t = 2u_{xx} \quad 0 < x < 3, \quad t \geq 0; \\ u(0, t) = u(3, t) = 0; \\ u(x, 0) = 5\text{sen}(4\pi x) - 3\text{sen}(8\pi x) + 2\text{sen}(10\pi x). \end{cases}$$

Estas informações podem ser úteis em algumas questões da prova.:

$y'' - ay = -3\text{sen}(2\pi t)$ tem solução geral

$$C_1 e^{\sqrt{a}t} + C_2 e^{-\sqrt{a}t} + C_3 \text{sen}(2\pi t)$$

e lembre-se: A solução de uma equação deve satisfazer a equação.

$$\mathcal{L}[e^{-at}] = \frac{1}{s-a}$$

$$\int_C z^n dz = \int_a^b f(\gamma(t))(\gamma'(t))dt$$