



CÁLCULO 4 – EMECA – PROVA 3

Prof. *Rildo Soares*

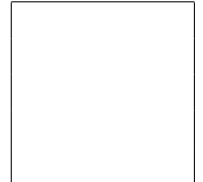
Nome completo: _____

Duração da prova: 2 horas. Data: 30/11/2015

O aluno deverá desenvolver APENAS o equivalente a 10 pontos da prova.

ATENÇÃO: Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada. Onde estiver escrito "resolva completamente", todos os passos devem aparecer na solução.

Nota



1. [2.5 pt] Usando **Transformadas de Laplace**, resolva o PVIF.

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} & 0 < x < 1, \quad t > 0; \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & t > 0; \\ u(x, 0) = 3\text{sen}(2\pi x) & 0 < x < 1. \end{cases}$$

2. [2.5pt] Encontre uma solução para a equação diferencial parcial: $u_{xy}(x, y) - 4yxu(x, y) = 0$ e que satisfaça $u(x, 0) = e^{y^2}$.

3. [5.0 pt] Resolva completamente o Problema de valor inicial e condição de fronteira:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} & 0 < x < \pi, \quad t > 0; \\ u_x(0, t) = u(\pi, t) = 0 & t \geq 0; \\ u(x, 0) = x & x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

4. [5.0pt] Considere uma corda elástica de comprimento π , presa nas extremidades. Suponha que a posição de cada ponto da corda em cada instante seja dado pela função $u(x, t)$. Suponha que no instante inicial $t = 0$ a corda esteja parada e que a posição de cada ponto da corda seja dado pela função $f(x) = \text{sen}(x)$. (Assuma que a constante de proporcionalidade seja unitária, $c = 1$). Escreva o modelo matemático que explica o problema e resolva-o completamente.

Estas informações podem ser úteis:

$y'' - ay = -3\text{sen}(2\pi t)$ tem solução geral $C_1 e^{\sqrt{a}t} + C_2 e^{-\sqrt{a}t} + C_3 \text{sen}(2\pi t)$ e lembre-se: A solução de uma equação deve satisfazer a equação.

$$L[e^{-at}] = \frac{1}{s-a}$$