



CÁLCULO 4 – ECA – PROVA 3

Prof. *Rildo Soares*

Nome completo: _____

Duração da prova: 2 horas. Data: 30/11/2015

O aluno deverá desenvolver APENAS o equivalente a 10 pontos da prova.

ATENÇÃO: Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada. Onde estiver escrito "resolva completamente", todos os passos devem aparecer na solução.

Nota

--

1. [2.5 pt] Resolva o PVIF.

$$\begin{cases} u_t + u_x = t & x > 0, \quad t \geq 0; \\ u(0, t) = t; \\ u(x, 0) = 0. \end{cases}$$

2. [2.5pt] Encontre uma solução para a equação diferencial parcial: $x^2 u_{xy}(x, y) + 3y^2 u(x, y) = 0$ e que satisfaça $u(x, 0) = e^{\frac{1}{x}}$.

3. [5.0 pt] Resolva completamente o Problema de valor inicial e condição de fronteira:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} & 0 < x < \pi, \quad t > 0; \\ u(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 & t \geq 0; \\ u(x, 0) = -3x & x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

4. [5.0pt] Considere uma corda elástica de comprimento 30 unidades, presa nas extremidades. Suponha que a posição de cada ponto da corda em cada instante seja dado pela função $u(x, t)$. Suponha que no instante inicial $t = 0$ a corda esteja parada e que a posição de cada ponto da corda seja dado pela função

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{10}, & 0 \leq x \leq 10; \\ \frac{30-x}{20} & 10 \leq x \leq 30. \end{cases}$$

(Assuma que a constante de proporcionalidade seja $c = 4$).

Escreva o modelo matemático que explica o problema e resolva-o completamente.

Estas informações podem ser úteis:

$$u(0, t) = t \Rightarrow L[u(0, t)] = U(0, s) = \frac{1}{s^2} = L[t]$$

$$L[f(t - a)u_a] = F(s)e^{-as}$$