



CÁLCULO 4 – ECA-2016/01 – PROVA 1

Prof. *Rildo Soares*

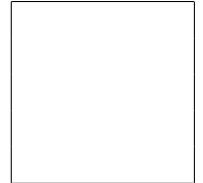
Nome completo: _____

Duração da prova: 2 horas. Data: 28/03/2016

O aluno deverá desenvolver APENAS QUATRO questões da prova.

ATENÇÃO: Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada. Onde estiver escrito **MOSTRE** ou **PROVE**, você deve mostrar ou provar. Onde estiver escrito **calcule**, basta calcular.

Nota



1. [2.5 pt] Determine o domínio da função:

$$f(z) = \sqrt{z^3 + 1} + \frac{z^2}{z^6 + 1}$$

2. [2.5 pt] Prove que

$$f(z) = \operatorname{sen}(z) + \frac{\cos(z)}{i}$$

é analítica em todo \mathbb{C} . Calcule $f'(z)$.

3. [2.5 pt] Calcule a integral

$$\oint_C \frac{5z + 7}{(z^2 + 2z + 3)} dz$$

onde $C = \alpha(t) = 2 + 2e^{it}$ com $t \in [0, 2\pi]$.

4. [2.5pt] Considere a função

$$f(z) = \frac{x - 1 - iy}{(x - 1)^2 + y^2}$$

. Faça a troca $x = \frac{z + \bar{z}}{2}$, $y = \frac{z - \bar{z}}{2i}$ e deduza onde f é analítica.

5. [2.5pt] Calcule a integral

$$\oint_C \frac{z^3 + 3}{z(z - i)^2} dz$$

onde C é o caminho ligando os pontos obedecendo a ordem: $2i, -1 + i, \frac{i}{2}, 1, -i, -1, \frac{i}{2}, 1 + i, 2i$.

6. [2.5pt] Sabe-se que a função

$$f(z) = u(x, y) + i(xy - x + y)$$

possui conjugadas harmônicas. Determine $u(x, y)$.