



**CÁLCULO 3 – EPRO – PROVA 1**

Prof. *Rildo Soares*

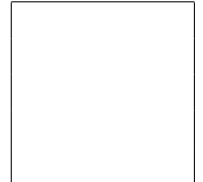
Nome completo: \_\_\_\_\_

Duração da prova: 2 horas. Data: 14/04/2015

**O aluno deverá desenvolver APENAS QUATRO questões da prova.**

**ATENÇÃO:** Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada.

Nota



1. [2.5 pt] Considere as funções  $f(x, y) = yx^2 + xy^2$ ,  $\alpha(t) = (\frac{2}{t^2}, t)$  e  $\beta(r) = (r^2 + 1, 1 + \ln(r))$ .
- a) (1,0) Escreva a regra de  $f(\alpha_2(t), \beta_1(t))$ ;
- b) (1,5) Encontre a equação do plano tangente ao gráfico da função no ponto em que  $\alpha(t) = \beta(t)$ , para  $t$  um número real.

2. [2.5pt] Mostre que os limites não existem:

a) (1,0)  $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,1,0)} \frac{x^2 - 4(y-1)^2 + z^2}{x^2 + (y-1)^2 + z^2}$ ;      b) (1,5)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (\pi,\pi)} \frac{x \cos(x+y)}{y - \pi}$ .

3. [2.5 pt] Classifique os pontos extremos da função:

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

4. [2.5pt] Calcule as derivadas no ponto solicitado.

a) (1,25)  $\frac{\partial^2 (ye^{\sin(xe^{x+y^2})})}{\partial x \partial y}$  em  $(x, y) = (0, 0)$ .

b) (1,25)  $\frac{\partial^2 (\frac{\ln(xy^2+z^2)}{z^2})}{\partial y \partial x}$  em  $(x, y, z) = (1, 1, 1)$ ;

5. [2.5pt] Determine a derivada direcional da função  $f(x, y) = x^2 - x + y^3 - 2y$  em uma direção que seja perpendicular ao vetor tangente a curva parametrizada  $\alpha(t) = (t^2 + t, e^t)$  para  $t = 0$  no ponto  $\alpha(0)$ .

6. [2.5pt] Para a função  $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 5}}$  faça:

- a) (0.5) Determine e faça a representação gráfica de seu domínio;
- b) (0.5) Determine qual sua imagem;
- c) (0.5) Determine e faça o gráfico das curvas, (caso existam), resultantes da interseção do gráfico da função com os planos paralelos ao plano  $xy$  nas alturas:  $h = 0, h = 1, h = 2$ ;
- d) (1,0) Escreva a equação paramétrica e esboce a curva, com sentido horário, dos pontos do domínio de  $f$  para os quais seu gráfico intersepta o gráfico da função  $g(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 5}$ .