



CÁLCULO 3 – ECA – EPRO – PROVA 3
Prof. *Rildo Soares*

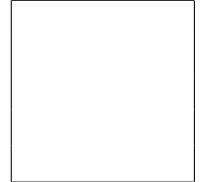
Nome completo: _____

Duração da prova: 2 horas. Data: 14/11/2014

O aluno deverá desenvolver APENAS CINCO questões da prova.

ATENÇÃO: Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada.

Nota



1. [2 pt] Calcule o valor da integral de linha

$$\int_C \left(\frac{x}{x^2 + y^2} \right) dy + \left(\frac{y}{x^2 + y^2} \right) dx$$

ao longo da curva C definida pela equação $x^2 + y^2 = 1$ percorrida no sentido anti-horário.

2. [2 pt] Calcule a integral de linha:

$$\int_C x^4 dx + xy dy$$

onde C é o caminho formado pelo triângulo resultante de se ligar os pontos:

$P_1 = (1, 1)$, $P_2 = (1, 2)$ e $P_3 = (2, 1)$, sentido anti-horário.

3. [2pt] Calcule o comprimento do caminho $C : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ definido por $C(t) = (e^t \cos(2\pi t), e^t \sin(2\pi t))$.

4. [2pt] Considere o campo vetorial

$$F(x, y) = (c(y) + 2xe^y)i + (x - 2y + x^2e^y)j$$

onde a função $c(y)$ é contínua e diferenciável. Considere os pontos $P_1 = (1, 0)$ e $P_2 = (0, e)$ e os caminhos $C_1(t) = (e^t \cos(\frac{t\pi}{2}), e^t \sin(\frac{t\pi}{2}))$ e $C_2(t) = (1 - t, e^t - t - 1)$. Sabendo que

$$\int_{C_1} F(x, y) dR = \int_{C_2} F(x, y) dR$$

Determine um possível valor para $c(y)$.

5. [2pt] Usando integrais de linha calcule a área da elipse:

$$4x^2 + y^2 = 4$$

6. [2pt] Calcule qual o valor do trabalho **TOTAL** realizado pelo campo

$$F(x, y) = (x^2e^{y^2} + y^2x)i + \left(\frac{2}{3}x^3ye^{y^2} + x^2y\right)j$$

para mover uma partícula através dos caminhos:

$C_1(t) = (\cos(t), 2\sin(t))$, para $\frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi$ e

$C_2(t) = (-\cos^2(t), 2\sin^2(t))$, para $\pi \leq t \leq \frac{3\pi}{2}$.

7. [2pt] Determine uma função $u(y)$ de modo que a integral

$$\int (1 + y^2)u(y)dx + (x + y^2 - 1)u(y)dy$$

seja independente do caminho.