Centro Federal de Educação Tecnológica
Unidade de Nova Iguaçu
Ensino de Graduação
Matemática

Exercícios de Cálculo 2
Integrais Multiplas
Lista 1

1) Calcule as integrais iteradas:

a)
$$\int_1^3\int_0^1 (1+4xy)\,dxdy$$

b)
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{sen}(x)\cos(y))\,dydx$$

c)
$$\int_2^4\int_{-1}^1 (x^2+y^2)\,dydx$$

d)
$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\int_{-1}^5 (\cos(y))\,dxdy$$

e)
$$\int_0^2\int_0^1 (2x+y)^8\,dxdy$$

f)
$$\int_0^1\int_1^2 \left(\frac{xe^x}{y}\right)\,dydx$$

g)
$$\int_1^4\int_1^2 \left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)\,dydx$$

h)
$$\int_0^1\int_0^3 (e^{x+3y})\,dxdx$$

2) Aplique o teorema de Fubini para calcular as integrais abaixo nas respectivas regiões.

a)
$$\iint_D (2y+x)\,dA\,,\quad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2; 0\le x\le 2 \quad e \quad 0\le y\le 1\}\qquad Resp.\,(4)$$

b)
$$\iiint_D (xyz)\,dA\,,\quad D=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3; -1\le x\le 2,\quad 0\le y\le 1 \quad e \quad 1\le z\le 2\} Resp.\left(\frac{9}{8}\right)$$

c)
$$\iint_D (x\operatorname{sen}(y) - ye^x)\,dA\,,\quad D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2; -1\le x\le 1 \quad e \quad 0\le y\le \frac{\pi}{2}\}\qquad Resp.\left((\frac{1}{e}-e)\frac{\pi^2}{8}\right)$$

d)
$$\iiint_D (xy\operatorname{sen}(yz))\,dA\,,\quad D=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3; 0\le x\le \pi,\quad 0\le y\le \frac{\pi}{2} \quad e \quad 0\le z\le \frac{\pi}{3}\}$$

Resp. $\left(\frac{\pi}{4}(\pi^2-6\operatorname{sen}(\frac{\pi^2}{6}))\right)$

3) Transforme em coordenadas cartesianas retangulares os seguintes pontos dados em coordenadas polares:

a) $(3,\pi)$
b) $(4,\frac{2}{3}\pi)$
c) $(2,\frac{7}{4}\pi)$
d) $(\sqrt{2},\frac{-3}{4}\pi)$
e) $(2,\frac{-1}{2}\pi)$
f) $(1,\frac{-7}{6}\pi)$

4) Transforme em coordenadas polares os seguintes pontos dados em coordenadas cartesianas retangulares: (Tome $r>0$ e $0\le\theta<2\pi$)

a) $(1,-1)$

b) $(-\sqrt{3},1)$

c) $(2,2)$

d) $(-5,0)$

e) $(0,-2)$

f) $(2,-2\sqrt{3})$

5) Transforme as equações abaixo, dadas em coordenadas cartesianas retangulares para equações dadas em coordenadas polares.

a) $x^2+y^2=a^2$

b) $y^2=4(x+1)$

c) $(x^2+y^2)^2=4(x^2-y^2)$

d) $x^2-y^2=16$

e) $x^2+y^2-2x=0$

f) $x+y=9$

6) Transforme as equações abaixo, dadas em coordenadas polares para equações dadas em coordenadas cartesianas retangulares.

a) $r^2=2\sin(2\theta)$

b) $r^2=cos\theta$

c) $r^2=4cos(2\theta)$

d) $r=\frac{6}{2-3\sin\theta}$

e) $\theta=-\frac{\pi}{6}$

f) $r^2-3r+2=0$

7) Esboce o gráfico das funções:

a) $r=\sin(\theta)$

b) $r=-4\sin(\theta)$

c) $r=2+2\cos(\theta)$

d) $r=2\sin 3(\theta)$

e) $r=2\theta$ para $\theta\geq 0$

f) $r=\frac{10}{\theta}$ para $\theta>0$

8) Calcular por integrais duplas as áreas dadas pelas regiões:

a) Limitadas pelas curvas $x^2+2y=16$ e $x+2y=4$; Resp. $\frac{343}{12}$

b) Limitadas pelas curvas $y=x^2$ e $y^2=x$; Resp. $\frac{1}{3}$

c) Limitadas pelas curvas $y^2+x^2=2x$ e $y^2+x^2=4x$ e no primeiro quadrante; (Para saber a resposta use geometria elementar.)

d) Limitada pelas curvas: $y=e^{-2x+3}$, $y-e^x=0$, $y>0$ e $x=e$. (Para saber a resposta use cálculo 1.)

e) (Rosácea)Limitadas por $-\frac{\pi}{4}\leq\theta\leq\frac{\pi}{4}$ e $0\leq r\leq\cos\theta$; Resp. $\frac{\pi}{8}$

f) Limitadas pelas curvas $x^2+(y-1)^2=1$ e $y^2+(x-1)^2=1$;

9) Esboce as regiões de integração e calcule as integrais triplas:

a)
$$\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}}\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{2}(xz)\,\mathrm{d}z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

b)
$$\int_{-3}^{3}\int_{0}^{\sqrt{9-x^2}}\int_{0}^{9-x^2-y^2}(\sqrt{x^2+y^2})\,\mathrm{d}z\mathrm{d}y\mathrm{d}x$$

c)
$$\int_{0}^{3}\int_{0}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-z^2}}(ze^y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}z\mathrm{d}y$$

d)
$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{0}^{y}\int_{0}^{x}\cos(x+y+z)\,\mathrm{d}z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

10) Calcule
$$\iiint_W (x^3+xy^2)\,\mathrm{d}V$$
onde W é o sólido no primeiro octante abaixo do paraboloide $z=1-x^2-y^2$.

11) Calcule

$$\iiint_W (x^2)\,\mathrm{d}V$$

onde W é o sólido que está dentro do cilindro $x^2+y^2=1$, acima do plano $z=0$ e abaixo do cone $z^2=4x^2+4y^2$.

12) Encontre usando integrais triplas, o volume de um cilindro de altura h e raio da base r.

13) Esboce as regiões de integração e calcule as integrais triplas:

a)

$$\int_0^4\int_0^{2\pi}\int_r^4 (r)\,\mathrm{d}z\mathrm{d}\theta\mathrm{d}r$$

b)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^2\int_0^{9-r^2} (r)\,\mathrm{d}z\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$$