CEFET-RJ
Nova Iguaçu

Centro Federal de Educação Tecnológica
Unidade de Nova Iguaçu
Ensino de Graduação
Matemática

Cálculo 3 – EPRO – Prova 1

Prof. *Rildo Soares*

Nome completo: ____ **Nota**

Duração da prova: 2 horas. Data: 04/04/2017

O aluno deverá desenvolverAPENAS CINCO questões da prova.

ATENÇÃO: Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada.

1) (2,0) Teorema: Se $f(x, y)$ tem derivadas parciais contínuas de primeira ordem num círculo com centro em (x_0, y_0), então para qualquer vetor unitário $\vec{u} = (u_1, u_2)$, a derivada direcional de f na direção do vetor $\vec{u}$ existe e vale:

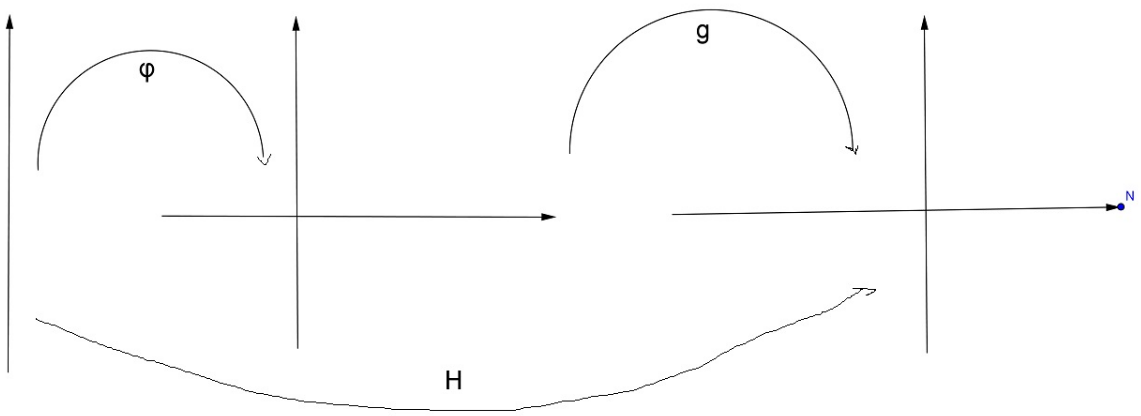
$$D_{\vec{u}} f(x_0, y_0) =< \nabla f(x_0, y_0), \vec{u} >$$

Prove este teorema usando a regra da cadeia.

(Sugestão: Defina uma função auxiliar $g(t) = f(x_0 + tu_1, y_0 + tu_2)$).

Questões 2) e 3)

2) (2,0)Considere o diagrama abaixo e funções $\varphi(t) = (t^4 ln(t^3), sen(\pi t^2))$, $g(r, s) = (r^5 + 2s^4, s^4 r^3)$.



Calcule:

- (a)(1,0) $\dfrac{d\varphi}{dt}(1)$;
- (b)(1,0) Sendo $f(x, y) = x^4 y + y^4 x$ calcule $\dfrac{\partial f_0 g}{\partial r}(1, 1)$;

3) (2,0)

- (a)(1,0) $\dfrac{dH}{dt}(1)$;
- (b)(1,0) Considere a reta $y = \frac{-1}{3}x + 1$ contida no contradomínio de g, diga se existe algum $t \in \mathbb{R}$ tal que a reta tangente ao traço de φ neste t tenha a direção desta reta.

4) (2,0)Calcule os limites se existirem e mostre que não existem em caso contrário:

- (a)(1,0) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} \dfrac{(x-1)(y-1)cos(y-1)}{3(x-1)^2+(y-1)^2}$;
- (b)(1,0) $\lim\limits_{(x,y)\to(2,-1)} \dfrac{(x-2)^2}{(x-2)^2+(y+1)^2}$.

5) (2,0)Construa o gráfico da função $f(x,y) = \sqrt{9-x^2-y^2}$ seguindo os seguintes passos: Dê o domínio da função, dê a imagem da função, faça um mapa de vetores gradientes realçando algumas curvas de nível, determine máximos e mínimos, esboce o gráfico em 3D.

6) (2,0)Para a função $f(x,y,z) = x^3 - xy^2 - z$ faça o seguinte:

- (a)(1,0) No ponto $P_0(1,1,0)$ na direção do veto $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$ determine a derivada direcional. Diga em qual direção, em P_0, a função f varia mais rapidamente e dê essa taxa de variação máxima;
- (b)(1,0) Dê a equação do plano tangente ao gráfico da função $g(x,y) = x^3 - xy^2$ no ponto $(1,1)$.

7) (2,0)Ache os máximos e mínimos, se houver, de $f(x,y) = xy$ sujeita à restrição $x^2+y^2=8$.