CEFET-RJ
Nova Iguaçu

Centro Federal de Educação Tecnológica
Unidade de Nova Iguaçu
Ensino de Graduação
Matemática

Cálculo 3 – ECA – Prova 3

Prof. *Rildo Soares*

Nome completo: ____

Nota

Duração da prova: 2 horas. Data: 14/06/2018

O aluno deverá desenvolverAPENAS CINCO questões da prova.

ATENÇÃO: Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada.

1. [2 pt] Calcule a integral de linha:

$$\int_C F(\alpha)\mathrm{d}\alpha$$

onde $F(x,y,z) = (x^2, y^2, z^2)$ C é a hélice $\alpha(t) = (cost, sen(t), t)$ com $t \in [0, 2\pi]$.

2. [2 pt] Calcule a integral de linha:

$$\int_C (x^2 + y^2 + z^2)\mathrm{d}s$$

onde C é a hélice $\alpha(t) = (cost, sen(t), t)$ com $t \in [0, 2\pi]$.

3. [2pt] Considere uma curva simples, fechada e seccionalmente suave, C com a origem em seu interior. Considere o campo de forças

$$F(x,y) = \left(\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}\right).$$

Sendo α uma parametrização para C, prove **USANDO O TEOREMA DE GREEN** que

$$\int_C F(\alpha)\mathrm{d}\alpha = 2\pi$$

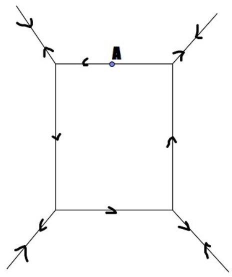
4. [2pt] Considere a integral de linha: $F(x,y) = \dfrac{2ydx}{(xy+1)^2} + \dfrac{2xdy}{(xy+1)^2}$. Em cada caso abaixo responda se é possível calcular a integral de linha e se for possível encontre seu valor:

$$\oint_C F(\alpha)\mathrm{d}\alpha$$

onde:

- a)(0,5) C é qualquer curva simples, seccionalmente suave, fechada no primeiro quadrante;
- b)(1,5) C é o retângulo ligado os pontos: $(2,2), (-2,2), (2,-2), (-2,-2)$ orientado no sentido antihorário.

5. [2pt] O "Teorema da Energia Cinética"diz que "trabalho realizado por uma força F para mover uma partícula por uma distância d é dado por ΔE_c, isto é, pela variação da energia cinética."Qual a variação de energia cinética promovida pelo campo $F(x, y) = (2xy^3\vec{i}, (1 + 3x^2y^2)\vec{j})$ para mover uma partícula através do caminho abaixo? (Justifique sua resposta.)



6. [2pt] Calcule qual o valor do trabalho **TOTAL** realizado pelo campo $F(x, y) = xi + (x^3 + 3xy^2)j$ para mover uma partícula uma vez, sobre o eixo x do ponto $(2, 0)$ até $(-2, 0)$ e depois sobre uma semicircunferência ligando os pontos $(-2, 0), (0, 2), (2, 0)$ na ordem.

7. [2pt] Seja $F(x, y) = arctan(\frac{y}{x})i + ln(x^2 + y^2)j$ um campo vetorial e C o caminho correspondendo a fronteira da região dada em coordenadas polares por: $0 \leq \theta \leq \pi$ e $1 \leq r \leq 2$. Calcule a integral de linha de F sobre o caminho C.