



CÁLCULO II – ECA – EPRO – PROVA 2

Prof. *Rildo Soares*

Nome completo: _____

Duração da prova: 2 horas. Data: 09/06/2014

O aluno deverá fazer NO MÁXIMO CINCO questões da prova e a SOMA DOS PONTOS não deve ultrapassar 10 pontos.

ATENÇÃO: Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada.

Nota

--

1. [2pt] Encontre uma solução geral para cada EDO abaixo:

a) $\frac{dy}{dt} = y + y^2;$

c) $y' + 2ty = t;$

b) $y'' + y' = t^2;$

d) $y''' - 5y'' + 9y' - 5y = 0.$

2. [2pt] Sobre curvas parametrizadas faça o seguinte:

Para as questões abaixo escreva a equação em (x, y) que representa cada parametrização dada e esboce seu traço.

a) $(0,5)(2 + \cos(t), -1 + \sin(t))$

b) $(0,5)\left(\frac{t}{2}, \sin(t)\right)$

Para as questões abaixo escreva uma parametrização para cada equação dada e esboce seu traço.

c) $(0,5)$

$$y^2 + x^2 - 4x + 4 = 1$$

d) $(0,5)$

$$y^2 - 4y - 2x + 3 = 0$$

3. [2pt] Diga se as séries abaixo são convergentes ou divergentes, justifique sua resposta em cada caso.

b) $(0,5)\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2^n}{3^n}\right)$

b) $(0,5)\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[3]{\frac{1}{(n+2)^5}}\right)$

b) $(0,5)\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2^{n+1}n^2}{3^n}\right)$

b) $(0,5)\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^n}{n!}\right)$

4. [1pt] A NASA acaba de desenvolver um novo sistema de amortecimento de queda, para o caso de aviões que entram em pane em pleno vôo. Consiste e uma esfera de um material especial que é colocada em cada poltrona, funciona como um airbag que em caso de acidente, a fuzelagem é desprendida e o passageiro envolto em uma esfera é abandonado verticalmente para baixo. Suponha a seguinte situação de teste em condições perfeitas: Um avião abandona uma dessas esfera a 1200 metros de altura que começa imediatamente a cair verticalmente. Quando ela quica no solo, parte da energia é absorvida e ela retorna verticalmente a uma altura correspondente a $\frac{2}{3}$ da altura que foi lançada, descendo verticalmente novamente ela quica no solo e sobe até $\frac{2}{3}$ da altura anterior. Esse processo segue indefinidamente.

a) (0.5) Faça uma análise do modelo e obtenha uma expressão matemática que represente o comprimento total, contando subidas e descidas, que a esfera realiza desde o momento em que foi abandonada pelo avião até sua parada. Conjecture o que ocorreria se ao invés de $\frac{2}{3}$ ela subisse $\frac{7}{6}$ da altura alcançada no quique anterior.

b) (0.5) Obtenha o comprimento total, contando subidas e descidas, que a esfera realiza até sua parada.

5. [2pt] Sabe-se que a função $y(x) = (C_1 + C_2x)e^{3x}$ é uma solução geral para a EDO homogênea a coeficientes constantes:

$$y'' + ay' + by = 0$$

Faça:

- a) (1,0) Encontre as constantes a e b ;
- b) (1,0) Encontre duas funções $y_1(x)$ e $y_2(x)$ que sejam soluções da EDO e mostre que são LI's.
6. [2pt] **USANDO EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS** resolva o seguinte problema: Deixa-se cair um corpo de massa de $5kg$ de uma altura de $100m$, com velocidade inicial zero. Supondo que não haja resistência do ar, determine:

- a) A expressão da velocidade do corpo no instante t ;
- b) A expressão da posição do corpo no instante t ;
- c) O tempo necessário para o corpo atingir o solo.
(Faça $g = 10\frac{m}{s^2}$)

7. [3 pt] Um viajante se move entre as cidades de A, B, C e D cujas as coordenadas no mapa do estado estão dadas no gráfico abaixo. O movimento do viajante, à partir do momento em que ele entra no estado é regido pela parametrização $\alpha(t) = (\text{sen}(3t)\cos(t), \text{sen}(3t)\text{sen}(t))$, para $t \in [\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$.

- a) (1,5) Explique claramente a movimentação do viajante dentro do estado e a ordem com que passa pelas cidades.
- b) (1,5) Qual é a velocidade que ele atinge quando passa pela cidade C ? (Desconsiderar unidades).

