CEFET-RJ
Nova Iguaçu

Centro Federal de Educação Tecnológica
Unidade de Nova Iguaçu
Ensino de Graduação
Matemática

Exercícios de Cálculo 1
Funções de Uma Variável
Lista 1

1) Considere as funções $f(x) = 2x^2 - x$, $g(y) = \sqrt{3y-2}$ e $q(z) = \dfrac{5z}{z-4}$. Escreva as regras das funções:

a) $h(x) = e^{f(x)} - 2(g(x))^2 + 3q(x)$

b) $h(y) = (g(y))(f(y)) - (q(y))^{-1}$

c) $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)} + \frac{1}{2}q(x)$

d) $h(z) = q(z)^{f(z)} - \sqrt{g(z)}$

2) Determine o domínio de cada função abaixo e represente-o graficamente:

a) $f(x) = \sqrt{x}$

b) $f(x) = \sqrt{x^2}$

c) $f(x) = \sqrt{x^3}$

d) $g(t) = \sqrt{t^2 - 1}$

e) $f(x) = \dfrac{x^2}{2x-1}$

f) $f(x) = \sqrt{(x-2)(x+1)(1-3x)}$

g) $f(x) = ln(x^2 - 4)$

h) $g(x) = \dfrac{2x^2+1}{(x^2-1)(16-x^4)}$

i) $f(x) = ln\left(\dfrac{\sqrt{x-1}}{x-2}\right)$

3) Para as funções abaixo esboce os gráficos:

a) $f(x) = 1 - x$;

b) $f(x) = \dfrac{1}{x}$;

c) $f(x) = x^2 - 3x + 1$;

d) $f(x) = ln(x+2)$;

e) $f(x) = 2cos(x + \frac{\pi}{3})$;

4) Esboce as regiões planas:

a) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | y \leq 2 - x^2 \quad e \quad y \geq x\}$;

b) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | y^2 \leq 2x + 4 \wedge y \geq x - 2\}$;

c) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | y \leq x^2 - 4 \wedge y \geq -x^2 - 2x\}$;

d) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | y \leq x^2 \wedge y \geq x^4 - 2x^2\}$;

e) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + (y-1)^2 \leq 1 \wedge x^2 + (y-2)^2 \leq 4 \wedge y \geq x^2\}$;

5) Faça a representação dos produtos cartesianos abaixo:

a) $A = \{x \in \mathbb{R}; 3 < x < 4\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}; 3 < x < 4\}$, construa AXB.

b) $A = \{x \in \mathbb{R}; 3 < x < 8\}$, construa $AX\mathbb{R}$.

c) $A = \{x \in \mathbb{R}; -3 \leq x < -1\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R}; 2 \leq x \leq 4\}$, construa AXB.

6) Para as funções abaixo diga quais são injetoras, sobrejetoras, bijetoras, esboce seu gráfico em um plano cartesiano.

a) $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$,
$f(x) = 1 - x$;

b) $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$,
$f(x) = 1 + x$;

c) $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$,
$f(x) = 2 - x^2$;

d) $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$,
$f(x) = |x|$;

7) Para o exercício anterior faça restrições no domínio e na imagem de cada função de forma a obter uma função bijetora em seguida defina as inversas das funções obtidas.

8) Resolva as equações em $\mathbb{R}$ e esboce, se possível, a interpretação gráfica de cada uma delas:

a) $|5x - 3| = 12$;

b) $|9x| - 11 = x$;

c) $|4 - 3x| = 3x - 4$;

d) $|2x - 3| = |7x - 5|$;

e) $2x - 7 = |x| + 1$;

f) $|x + 3| + |x| = 7$;

g) $|3x + 2| = 5 - x$;

h) $|3x - 2| = 3x - 2$;

i) $\left|\dfrac{x+2}{x-2}\right| = 5.$

8) Resolver as inequações em $\mathbb{R}$:

a) $|x + 12| < 7$;

b) $|2x - 5| > 5$;

c) $|4x - 7| \geq -1$;

d) $|2x - 4| < -1$;

e) $1 \leq |x + 2| < 4$;

f) $\left|\dfrac{5}{2x-1}\right| \geq \left|\dfrac{1}{x-2}\right|$;

g) $3|x - 1| + |x| < 1$;

h) $\dfrac{1}{|x+1||x-3|} \geq \dfrac{1}{5}$;

i) $\left|\dfrac{x - \frac{1}{2}}{x + \frac{1}{2}}\right| \leq 1$;

j) $|x^2 - 6x + 5| + 1 < x$;

k) $|x^2 - 4| \leq 3x$;

l) $|2x - 6| - |x| \leq 4 - x$;

m) $|x - 2| + |x - 4| \geq 6$;

9) Complete quadrados:

a) $p(x) = x^2 + 10x + 2$;

b) $p(x) = 2x^2 - 16x + 4$;

c) $p(x) = x^2 + \frac{2}{3}x - 1$;

d) $p(x) = -\frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{5}$;

e) $p(x) = x^2 + bx + c$;

f) $p(x) = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$

10) Complete quadrados em x e em y:

a) $x^2 - 2x + y^2 - 2y - 2 = 0$;

b) $x^2 + 2x + y^2 - 6y + 9 = 0$;

c) $x^2 - 6x + y^2 + 4y + 4 = 0$;

d) $x^2 + 6x + y^2 - 7 = 0$;

e) $x^2 - 2ax + y^2 - 2y - 16 + a^2 = 0$;

f) $x^2 - 2ax + y^2 - 2by + a^2 + b^2 - c = 0$;

11) Sejam $p(x) = 3x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 5x + 1$ e $d(x) = 4x^3 + 4x^2 - x - 2$. Efetue a divisão de $p(x)$ por $d(x)$.

12) Sejam $p(x) = x^4 + 3x^2 - 2x + 1$ e $d(x) = 2x^2 - 3x + 2$. Efetue a divisão de $p(x)$ por $d(x)$.

13) Sejam $p(x) = 15x^5 - 2x^4 + 15x^2 - 2x + 15$ e $d(x) = -x^2 + 4x + 1$. Efetue a divisão de $p(x)$ por $d(x)$.

14) Partindo do traço de $1 = x^2 + y^2$ construa o traço de:

a) $x^2 - 2x + y^2 - 2y - 2 = 0$;

b) $x^2 + 2x + y^2 - 6y + 9 = 0$;

c) $x^2 - 6x + y^2 + 4y + 4 = 0$;

d) $x^2 + 6x + y^2 - 7 = 0$;

15) Determine o domínio das funções abaixo:

a) $f(t) = \sqrt{t^2 + 4t - 5}$;

b) $f(t) = \sqrt{t^4 + 4t^2 + 8}$;

c) $f(t) = \dfrac{1}{\sqrt{t^3 - 6t^2 + 11t - 6}}$;

d) $f(t) = \dfrac{\left(\sqrt[4]{16t^{\frac{2}{3}}}\right)^{\frac{6}{5}}}{\sqrt{(t^4)}\left(\sqrt[3]{(t^2)^{\frac{1}{4}}}\right)^6}$;

e) $f(t) = \dfrac{\sqrt[4]{t^2 - 1}}{\sqrt{t(t-2)}} + \dfrac{1}{\sqrt{(-t + \frac{1}{2})}}$;

16) Separe em frações parciais as funções racionais:

a) $f(x) = \dfrac{2x + 3}{(x - 3)(x - 1)}$;

b) $f(x) = \dfrac{x + 1}{(x - 1)(x + 2)(x - 3)}$;

c) $f(x) = \dfrac{1}{(x - 1)^2(x + 2)^2}$;

17) Considere as funções $f(x) = ln(x)$, $g(x) = \sqrt{x^2 - x}$ e $p(x) = \frac{1}{x}$, determine o domínio das funções compostas abaixo:

a) $h(x) = f \circ g(x)$;

b) $h(x) = g \circ f(x)$;

c) $h(x) = f \circ g \circ p(x)$;

d) $h(x) = g \circ p \circ f(x)$;

e) $h(x) = g \circ p(x)$;

f) $h(x) = p \circ f(x)$;

g) $h(x) = f \circ f(x)$;

h) $h(x) = p \circ p \circ p(x)$.

18) Simplifique as expressões:

a) $\dfrac{a^2 \cos \pi - (a-b)^2 \sin(\frac{3\pi}{2}) + 2ab \cos 0}{b^2 \sin(\frac{\pi}{2})} =$

b) $\dfrac{\cos^4(x) - \sin^4(x)}{\cos(2x)} =$

c) $\cos(x) \tan(x) \csc(x) =$

d) $\dfrac{\sec(x) + \sin(x)}{\tan(x)[\csc(x) + \cos(x)]} =$

e) $\sin(x) cotg(x) \sec(x) =$

f) $\frac{1}{1+\sin^2(x)} + \frac{1}{1+\cos^2(x)} + \frac{1}{1+\sec^2(x)} + \frac{1}{1+\csc^2(x)} =$

g) $\cos^2(x) + \cos^2(x) \tan^2(x) + \tan^2(x) =$

19) Verifique se as igualdades são verdadeiras:

a) $\sin^2(x) = \dfrac{1 - \cos(2x)}{2}$;

b) $\cos^2(x) = \dfrac{1 + \cos(2x)}{2}$;

c) $\dfrac{\sin(x)}{1 + \cos(x)} + \dfrac{1 + \cos(x)}{\sin(x)} = 2 \csc(x)$;

d) $\dfrac{2 - \sin^2(x)}{\cos^2(x)} - \tan^2(x) = 2$;

e) $\dfrac{\tan(x)}{1 + \tan^2(x)} = \sin(x) \cos(x)$;

f) $\dfrac{\sec(x) + \text{sen}\,(x)}{\csc(x) + \cos(x)} = \tan(x)$

g) $\sec^2(x) \csc^2(x) = \tan^2(x) + \cot^2(x) + 2$;

h) $[\tan(x) - \sin(x)]^2 + [1 - \cos(x)]^2 = [\sec(x) - 1]^2$