



EXERCÍCIOS DE CÁLCULO 1
FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL
– LISTA 5 –

PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO

- 1) Um carpinteiro possui um sarrafo com 8 metros de comprimento e pretende com este sarrafo fazer uma moldura retangular para um quadro. Como ele deve cortar o sarrafo, para que a área do quadro seja máxima?
- 2) Um fazendeiro quer cercar uma área de 1,5 milhão de metros quadrados num campo retangular e então dividi-lo ao meio com uma cerca paralela a um dos lados do retângulo. Como fazer isso de forma a minimizar o custo da cerca? (resp. $x = 1000$)
- 3) Uma caixa com base quadrada e sem tampa tem um volume de 32.000 cm^3 . Encontre as dimensões da caixa que minimizar a quantidade de material utilizado na sua confecção. (resp. $x = 40, y = 20$)
- 4) Se 1.200 cm^2 de material estiverem disponíveis para fazer uma caixa com uma base quadrada e sem tampa, encontre o maior volume possível da caixa. (resp. $x = 10, y = 20$)
- 5) Um contêiner para estocagem retangular com uma tampa aberta deve ter um volume de 10 m^3 . O comprimento de sua base é o dobro da largura. O material para a base custa 10 reais por metro quadrado. O material para os lados custa 6 reais por metro quadrado. Encontre o custo dos materiais para o mais barato dos contêineres. (163,5)
- 6) As bordas de cima e de baixo de um pôster têm 6 cm e as bordas laterais medem 4 cm. Se a área do material impresso sobre o pôster estiver fixa em 384 cm^2 , encontre as dimensões do pôster com a menor área. ($x = 16$)
- 7) Quando uma pessoa tosse, o raio da traqueia diminui, afetando a velocidade do ar na traqueia. Se r_0 é o raio normal da traqueia, a relação entre a velocidade v do ar e o raio r da traqueia é dada por uma função da forma $v(r) = ar^2(r_0 - r)$, onde a é uma constante positiva. Determine o raio para o qual a velocidade do ar é máxima. ($r = 2r_0/3$)
- 8) Um homem lança seu bote de um ponto A na margem de um rio que tem 3Km de largura. Ele deseja chegar num ponto B localizado 8Km rio abaixo, o mais rápido possível. Ele poderia remar seu barco diretamente através do rio para um ponto C na outra margem do rio e, em seguida, correr até o ponto B, ou ainda remar diretamente para B, ou remar para algum ponto D entre C e B e, em seguida, correr para B. Se ele pode remar a 6Km/h e correr 8Km/h, onde deveria parar para chegar a B o mais rápido possível?
- 9) Uma loja tem vendido 200 discos Blu-ray por semana a 35 reais cada. Uma pesquisa de mercado indica que para cada 1 real de desconto oferecido aos compradores, o número de unidades vendidas vai aumentar em 20 por semana. Encontre a função preço unitário e a função da receita. Qual deve ser o desconto para que a receita seja maximizada ? (450, 22,5)
- 10) Um cilindro de lata é feito para receber $V \text{ cm}^3$ de um líquido. Encontre as dimensões do cilindro para que sejam minimizado o custo de fabricação.
- 11) Um copo de papel em formato de cone é feito de forma a caber 27 cm^3 de água. Encontre a altura e o raio do copo, de forma que seja gasta a menor quantidade de papel.

12) Construa o gráfico das funções abaixo:

• a) $h(x) = \frac{x^2 - 4}{(x + 1)(x - 1)}$;

• b) $h(x) = \frac{x^2 + x - 3}{(x - 1)^2}$;

• c) $h(x) = \frac{x - 1}{x^2}$;

• d) $h(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$;

• e) $h(x) = x^{\frac{2}{3}}(6 - x)^{\frac{1}{3}}$;

• f) $h(x) = \frac{2x^2 - 8}{(x + 4)(x - 4)}$;

• g) $h(x) = \frac{4}{\sqrt{x^2 + 4}}$;