



EXERCÍCIOS DE CÁLCULO 1
FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL
LISTA 2

1) Partindo dos gráficos das funções $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(y) = e^y$ e $q(z) = \frac{1}{z^2}$, $k(s) = \frac{1}{s^2-1}$, $m(x) = |x|$ e $r(t) = \ln(t)$ obtenha os gráficos das funções abaixo, (use limites quando necessário).

a) $h(x) = 1 - e^{x-1}$;

h) $h(x) = \frac{1}{x^2-4x+3}$;

b) $h(x) = \frac{1}{|x^2-1|}$;

i) $h(x) = |1 + \ln(x-2)|$;

c) $h(x) = \frac{10}{(x+2)^2}$;

j) $f(x) = \begin{cases} 1 + \ln(x) & se \quad x < 1 \\ \frac{1}{x} & se \quad x \geq 1 \end{cases}$;

d) $h(x) = \ln(\frac{1}{x+2})$;

k) $f(x) = \begin{cases} |1 + e^{(x)}| & se \quad x \leq 0 \\ |\ln(x)| & se \quad 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{(x-1)^2} & se \quad 1 < x \end{cases}$;

c) $h(x) = \frac{1}{\ln(e^{x-1})}$;

d) $h(x) = \frac{x^2-x}{x^3-2x^2+x}$;

e) $h(x) = \ln(e^{(x^2-2)^{-1}})$;

f) $h(x) = 2 - \ln(\frac{e}{x})$;

l) $f(x) = \begin{cases} |x+2| & se \quad x < 1 \\ 0 & se \quad x = 1 \\ \frac{3}{2-x} & se \quad 1 < x \end{cases}$;

g) $h(x) = |e - e^{-x}|$;

2) Determine onde cada função abaixo é contínua:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & se \quad x < 0 \\ 1-3x & se \quad x \geq 0 \end{cases}$;

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & se \quad x \neq 0 \\ 0 & se \quad x = 0 \end{cases}$;

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & se \quad x < 1 \\ \sqrt{x} & se \quad x \geq 1 \end{cases}$;

e) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2+4x} & se \quad x \neq 0 \quad e \quad x \neq -4 \\ 2015 & se \quad x = 0 \quad ou \quad x = -4 \end{cases}$;

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{2} & se \quad x < -2 \\ \frac{1}{2} & se \quad -2 \leq x \leq 2 \\ e^{-\ln(x)} & se \quad x > 2 \end{cases}$;

f) $f(x) = \begin{cases} |\cos(x)| & se \quad x \leq -\pi \\ |\sin(x + \frac{\pi}{2})| & se \quad x > -\pi \end{cases}$;

3) Diga se os pontos de descontinuidades das funções abaixo são ou não removíveis, em caso de serem removíveis, de uma extensão contínua para a respectiva função.

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & se \quad x < 1 \\ 1-x & se \quad x > 1 \end{cases}$;

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2} & se \quad x \neq 2 \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} & se \quad x = 2 \end{cases}$;

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2-2x+1} & se \quad x < 1 \\ \sqrt{x-1} & se \quad x > 1 \end{cases}$;

e) $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^2+4x} & se \quad x > -1 \quad e \quad x \neq 0 \\ \frac{1}{3} & se \quad x < -1 \end{cases}$;

c) $f(x) = \begin{cases} 1 - |1 - x^2| & se \quad x < 1 \\ \frac{1}{x} & se \quad 1 \leq x < 2 \\ \frac{\sqrt{x}}{x\sqrt{2}} & se \quad x > 2 \end{cases}$;

f) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\cos(x)} & se \quad \neq (2k-1)\pi \quad k \in \mathbb{Z} \\ \frac{1}{\sin(x)} & se \quad \neq 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z} \end{cases}$;

4) Calcule os limites abaixo caso existam. Se não existirem diga como a função se comporta na vizinhança do respectivo ponto.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 3x - 6}{x^2 + 2x - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x^2 + 2x - 1}{9x^2 - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x^2} - 1}{x-1}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{5x^3 - 2}}{7x}$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^7 - x^{10}}{5x^{15} - x^{10}}$

g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x}{\sqrt[4]{5x^4 + 3}}$

h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^3 + 5x^2 - 7x + 3}{4x^3 - 5x + 1}$

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{|x|}$

j) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{x} - 2}{x^2 - 2x + 1}$

k) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2 - 2}}{x - \sqrt{2}}$

l) $\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} \frac{5}{3x - 2}$

m) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{|x^2 - 4|}$

n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

o) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{5x^2 - 3}$

p) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 2|}{x^2 - 4}$

q) Calcule $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

$$\text{onde } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2-5x} & \text{se } x > 2 \\ \sqrt[3]{x-3} & \text{se } x \leq 2 \end{cases}$$

r) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$$\text{onde } f(x) = \begin{cases} 5x + 1 & \text{se } x < 0 \\ 7 & \text{se } x = 0 \\ 1 - 3x & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Respostas (4): a) $\frac{9}{4}$; b) $\frac{2}{3}$; c) 2; d) -1 ; e) $\sqrt[3]{5}/7$; f) 0; g) $-\frac{5}{\sqrt[4]{5}}$; h) $\frac{3}{2}$; i) 0; j) $+\infty$; k) $+\infty$; l) $+\infty$; m) -1 ; n) NE; o) $\frac{1}{5}$; p) NE; q) NE; r) 1