CEFET-RJ
Nova Iguaçu

Centro Federal de Educação Tecnológica
Unidade de Nova Iguaçu
Ensino de Graduação
Matemática

Álgebra Linear – EPRO – Prova 2

Prof. *Rildo Soares*

Nome completo: ______________________________ **Nota**

Duração da prova: 2 horas. Data: 22/05/2015

O aluno deverá desenvolver APENAS DEZ pontos da prova, isto é, a soma de todas as questões resolvidas NÃO PODE ultrapassar dez pontos.

ATENÇÃO: Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada.

Nas questões de 01 a 04, o aluno deve, dada a pergunta, escolher qual das três respostas é a mais coerente como resposta e após feito isso, escolher dentre as duas justificativas, qual é a mais coerente.

MARQUE NESTA FOLHA

1) (1,0) Seja $T : E \to F$ uma transformação linear do espaço vetorial E no espaço vetorial F. É correto afirmar que:

a) T é um isomorfismo pois:

- (i) Como T é uma transformação linear, $T(E) = F$;
- (ii) Como T é uma transformação linear, $Nuc(T) = \{\vec{0}\}$.

b) $Dim(E) = dim(F)$, pois:

- (i) Como T é uma transformação linear, $T(E) = F$;
- (ii) Como T é uma transformação linear sempre vale $T(0) = 0$.

c) Se $Nuc(T) = \{\vec{0}\}$ então $Dim(E) \leq dim(F)$ pois:

- (i) $Dim(Nuc(T)) + dim(T(E)) = dim(E)$;
- (ii) $Dim(Nuc(T)) = 1$.

2) (1,0) Sejam β e κ duas bases para o espaço E e γ sua base canônica. Seja $T : E \to E$ uma transformação linear escrita da base β para a base κ. Sejam A a matriz da transformação T, B a matriz de mudança de base da base β para base canônica e C a matriz de mudança de base da base canônica para a base κ. É correto afirmar:

a) ABC é a matriz da transformação T da base canônica para a base canônica pois:

- (i) $ABC(u) = C(B(A(u)))$;
- (ii) O produto de matrizes não é comutativo.

b) BAC é a matriz da transformação T da base canônica para a base canônica pois:

- (i) $BAC(u) = B(A(C(u)))$;
- (ii) $BAC(u) = B^{-1}(A(C(u)))$.

c) $C^{-1}AB^{-1}$ é a matriz da transformação T da base canônica para a base canônica pois:

- (i) $C^{-1}AB^{-1}(u) = C^{-1}(A(B^{-1}(u)))$;
- (ii) $C^{-1}AC(u) = C^{-1}(A(C(u)))$.

3) (1,0) Seja $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ uma transformação linear. É correto afirmar que:

a) Se $dim(T(\mathbb{R}^4)) = 2$ então $T(\mathbb{R}^4) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x, y \in \mathbb{R}\}$ pois:

- (i) Um espaço vetorial de dimensão 2 é um plano;
- (ii) O $\mathbb{R}^2$ é um subespaço do $\mathbb{R}^4$.

b) Se $dim(Nuc(T)) = 1$ então T é injetiva pois:

- (i) Se $dim(Nuc(T)) = 1$ então $Nuc(T) = \{0\}$;
- (ii) A dimensão de $T(\mathbb{R}^4) = 3$ já que $3 + 1 = 4$.

c) Se o espaço imagem de T é todo o $\mathbb{R}^4$ então T é um isomorfismo pois:

- (i) Neste caso a dimensão do núcleo é zero;
- (ii) Para que uma transformação seja um isomorfismo basta que sua imagem seja igual ao seu contradomínio.

4) (1,0) Seja $T : E \to F$ uma transformação linear e $N = Nuc(T)$ seu núcleo. É correto afirmar que:

a) Existe pelo menos um $u \in N$ tal que $T(u) \neq 0$ pois:

- (i) O núcleo é um subespaço de F;
- (ii) $T(u) = 0$ somente quando $u \in F$.

b) $N \subset E$

- (i) O núcleo é composto por elementos de E;
- (ii) O núcleo é composto por elementos de F;

c) $N \subset F$

- (i) O núcleo é composto por elementos de E;
- (ii) O núcleo é composto por elementos de F;

5) (2,0) A transformação $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ tem matriz associada: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Diga se a transformação T é ou não é um isomorfismo.

6) (2,0) Determine o espaço imagem da transformação $T(x, y, z) = (x+2y, 2x-8y, 2x-6y+z, 2y+z)$.

7) (2,0) Seja T a transformção $T(x, y) = (x + y, x - y, y)$. Verifique se T é linear, determine seu núcleo e sua imagem. Verifique que o teorema do núcleo e da imagem é válido.

8) (2,0) Escreva a matriz de mudança de base que passa da base $\beta\{u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, 2, 2), u_3 = (2, 3, 4)\}$ para a base $\kappa = \{v_1 = (4, 6, 7), v_2 = (0, 1, 1), v_3 = (0, 1, 2)\}$.

9) (2,0) Dada a transformação $T(x, y, z) = (x+y+2z, x-3y-z)$ escrita da base $\beta\{u_1 = (1, 0, 1), u_2 = (2, 1, 0), u_3 = (0, 2, -1)\}$ para a base $\kappa = \{v_1 = (4, 6), v_2 = (1, 1)\}$, escreva a matriz associada a transformação T da base canônica para a base canônica.