



EXERCÍCIOS ÁLGEBRA LINEAR
MATRIZES E MUDANÇAS DE BASES
LISTA 7

1) Diga se a matriz abaixo é invertível.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & f & 0 & g \\ 0 & 0 & 0 & h & 0 \end{bmatrix}$$

2) Sendo a matriz $A = \begin{bmatrix} 10 & 7 & 4 \\ -17 & -12 & -7 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

a) Calcule $(I + A + A^2)(I - A)$;

b) Calcule A^3 .

3) Para cada base β abaixo, encontre a matriz de mudança de bases, primeiro da base β para a base canônica depois da base canônica para a base β .

a) $\beta = \{(1, 1), (-1, 1)\}$;

b) $\beta = \{(1, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 3, 4)\}$;

c) $\beta = \{(1, 2), (2, 5)\}$;

d) $\beta = \{(4, 6, 7), (0, 1, 1), (0, 1, 2)\}$;

4) Escreva a matriz de mudança da base $\beta = \{(1, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 3, 4)\}$ para a base $\kappa = \{(4, 6, 7), (0, 1, 1), (0, 1, 2)\}$ e vice-versa.

5) Escreva a matriz de mudança da base $\beta = \{(1, 1), (-1, 1)\}$ para a base $\kappa = \{(1, 2), (2, 5)\}$ e vice-versa..

6) Se $u = 2 \cdot (1, 1, 1) + 3 \cdot (1, 2, 2) - 4 \cdot (2, 3, 4)$ escreva as coordenadas de u na base $\kappa = \{(4, 6, 7), (0, 1, 1), (0, 1, 2)\}$.

7) A transformação linear $T(x, y, z) = (2x - 4y, 2y - 2z, x - 3y + 2z)$ está dada da base $\beta = \{(1, 2, -1), (-2, 3, 0), (0, 1, -2)\}$ para a base $\kappa = \{(2, 2, 2), (-1, 4, 1), (1, 0, 1)\}$. Escreva a regra da transformação T dada da base canônica para a base canônica.

8) Sendo as matrizes $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ e $P = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ calcule $P^{-1}AP$.

9) Escreva duas bases ortonormais para o \mathbb{R}^2 (distintas), dando sua posição em relação a base canônica. Consegue fazer o mesmo para o \mathbb{R}^3 ?

10) Qual a vantagem de se trabalhar com bases ortonormais ao invés de se trabalhar com uma base qualquer? Você consegue dar um exemplo usando as bases que deu no exercício anterior?