CEFET-RJ
Nova Iguaçu

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA
UNIDADE DE NOVA IGUAÇU
Ensino de Graduação
MATEMÁTICA

ÁLGEBRA LINEAR – EPRO – PROVA 2

Prof. *Rildo Soares*

Nome completo: ____________________

Nota

Duração da prova: 2 horas. Data: 27/10/2016

O aluno deverá desenvolverAPENAS DEZ pontos da prova, isto é, a soma de todas as questões resolvidas NÃO PODE ultrapassar dez pontos.

ATENÇÃO: Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada.

Nas questões de 01 a 04, o aluno deve, dada a pergunta, escolher qual das três respostas é a mais coerente como resposta e após feito isso, escolher dentre as duas justificativas, qual é a mais coerente.

MARQUE NESTA FOLHA

1) (1,0) Considere uma transformação linear T do espaço vetorial E para o espaço vetorial F. É correto afirmar que:

a) Se a dimensão de E é n então a dimensão de F também é n pois:

- (i) Uma transformação linear sempre preserva a dimensão;
- (ii) Se oa espaços possuem mesma dimensão então a transformação é um isomorfismo.

b) Se T é um isomorfismo então E e F possuem mesma dimensão pois:

- (i) Um isomorfismo tem dimenção do núcleo igual a zero;
- (ii) A imagem de um isomorfismo é igual ao seu domínio.

c) A relação $T(\alpha u) = T(\alpha)T(u)$ é válida:

- (i) Transformações lineares preservam operações;
- (ii) Se $\alpha = 0$, u está no núcleo de T.

2) (1,0) Seja T uma transformação linear e A sua matriz associada. É correto afirmar que:

a) Se o determinante de A é não nulo então T é um isomorfismo;

- (i) Determinante de A não nulo então a matriz A é inversível;
- (ii) As linhas da matriz transposta de A gera o espaço núcleo.

b) O sistema $Au = v$ só tem solução quando $v = 0$ pois:

- (i) $< Au, v >=< u, Av >= 0$;
- (ii) Uma transformação linear sempre leva zero em zero.

c) A matriz A é quadrada pois:

- (i) A matriz de uma transformação linear é sempre quadrada;
- (ii) A matriz A multiplicada pela sua transposta é a identidade.

3) (1,0) Considere o subconjunto LI $\beta = \{u_1, u_2, ..., u_n\}$ do espaço vetorial E de dimensão n e o isomorfismo T de E em E.

a) O operador linear T tem dimensão do núcleo igual a zero pois:

- (i) O espaço E é de dimensão finita igual a n e o conjunto β possui n vetores;
- (ii) O conjunto $\gamma = \{T(u_1), T(u_2), ..., T(u_n)\}$ é ortonormal;

b) A dimensão do núcleo de T é n e a imagem de T também tem dimensão n pois:

- (i) A dimensão do núcleo mais a dimensão da imagem é igual a dimensão do domínio.
- (ii) O operador T é isomorfismo.

c) O subconjunto $\gamma = \{T(u_1), T(u_2), ..., T(u_n)\}$ é LI pois:

- (i) Uma transformação linear sempre leva conjuntos LI's em conjuntos LI's;;
- (ii) A matriz A da transformação T é inversível.

4) (1,0) Considere a matriz A^{β}_{γ} da transformação T na base β para a base γ e as matrizes P que passa da base β para a base canônica e Q que passa da base γ para a base canônica.

a) A transformação T é bijetora pois:

- (i) Possui uma matriz de mudança de base;
- (ii) Cada vetor escrito em β tem seu correspondente em γ;

b) As matrizes P e Q são inversíveis pois:

- (i) As matrizes de mudaça de bases são isomorfismos;
- (ii) $PQ = QP = I$;

c) O operador adjunto de T tem matriz igual a P ou a Q:

- (i) O operador adjunto tem como matriz a transposta de A;
- (ii) A composição de A com A^t é a identidade.

5) (2,0) Determine o espaço imagem da transformação $T(x, y, z, w) = (2x - 2y + 3z - 2w, z - y, 5x - 2y, -3z - 2w)$.

6) (2,0) Determine o espaço núcleo da transformação $T(x, y, z, w) = (y + z + 2w, x + 2y + 3z + 4w, 2x + 2z)$.

7) (2,0) A transformação linear $T(x, y, z) = (2x - 4y, 2y - 2z, x - 3y + 2z)$ está dada da base $\beta = \{(1, 2, -1), (-2, 3, 0)(0, 1, -2)\}$ para a base $\gamma = \{(2, 2, 2), (-1, 4, 1)(1, 0, 1)\}$. Escreva a regra da transformação T da base canônica para a base canônica.

8) (2,0) Os seguintes dois conjuntos são bases do $\mathbb{R}^3$: $\beta = \{(1, 1, 2), (-1, 1, -1), (2, 0, 1)\}$ e $\gamma = \{(0, 3, 1), (2, -2, 0), (1, 1, 1)\}$. Escreva uma transformação linear que leva de forma ordenada os vetores da base β nos vetores da base γ. Um vetor de coordenadas $(1, 0, 0)$ na base β possui quais coordenadas na base γ?

9) (2,0) Dê uma parametrização para o círculo de raio 1 e centro na origem, depois encontre uma transformação linear que faça girar de um ângulo θ todos os pontos do círculo no sentido anti horário.