CEFET-RJ
Nova Iguaçu

Centro Federal de Educação Tecnológica
Unidade de Nova Iguaçu
Ensino de Graduação
Matemática

Álgebra Linear – EPRO – Prova 1
Prof. *Rildo Soares*

Nome completo: ______________________________ **Nota**
Duração da prova: 2 horas. Data: 15/09/2016
O aluno deverá desenvolverAPENAS DEZ pontos da prova, isto é, a soma de todas as questões resolvidas NÃO PODE ultrapassar dez pontos.
ATENÇÃO: Todos os raciocínios, contas, resultados matemáticos usados na resolução da prova, devem aparecer na prova! Sob pena da questão não ser considerada.

Nas questões de 01 a 04, o aluno deve, dada a pergunta, escolher qual das três respostas é a mais coerente como resposta e após feito isso, escolher dentre as duas justificativas, qual é a mais coerente.
MARQUE NESTA FOLHA

1) (1,0) Considere o espaço vetorial E e $A = \{u_1, u_2, ...u_n\} \subset E$. É correto afirmar que:

a) Se a dimensão de E é n então A é uma base para E pois:

- (i) Qualquer conjunto com pelo menos n vetores constitui uma base para o espaço;
- (ii) Espaços de dimensões finitas possuem bases finitas.

b) Se $u_1 \neq \alpha u_2$ para todo $\alpha \in \mathbb{R}$ então o conjunto A gera, pelo menos um plano pois:

- (i) Dois vetores não alinhados geram um plano;
- (ii) Uma conjunto com n vetores gera um hiperespaço de dimensão n;

c) A operação $u_i(u_j + u_k) = u_iu_j + u_iu_k$ é válida:

- (i) Pois E é espaço vetorial;
- (ii) A operação de produto é distributiva em relação à soma.

2) (1,0) Considere um plano π e uma reta r perpendicular a ele, é correto afirmar que:

a) Se $\vec{u}$ é um vetor não nulo da reta e $\vec{w}$ é um vetor não nulo do plano então $\vec{u}X\vec{w} = 0$;

- (i) Pois produto vetorial de dois vetores não coplanares é nulo;
- (ii) O produto vetorial de dois vetores resulta em um vetor unitário;

b) $<\vec{u}, \vec{w}>= 0$ pois:

- (i) $<u, v>= |u||v|cos\theta$ e $||\vec{u}|| = ||\vec{u}|| = 0$;
- (ii) O produto interno de dois vetores perpendiculares é zero.

c) Se u e w são vetores da reta então $\vec{u}X\vec{w} =<\vec{u}, \vec{w}>= 0$ pois:

- (i) O produto vetorial de dois vetores alinhados resulta no vetor nulo.
- (ii) O produto escalar de dois vetores alinhados resulta no escalar nulo.

3) (1,0) Considere o subconjunto LI $\beta = \{u_1, u_2, ..., u_n\}$ do espaço vetorial E de dimensão n.

a) O conjunto β constitui uma base para E pois:

- (i) O espaço E é de dimensão finita igual a n;
- (ii) n vetores sempre geram espaço de dimensão n.

b) Se adicionarmos a β o vetor u_{n+1} então a dimensão de E passaria a ser $n+1$ pois:

- (i) A base β passaria a ter $n+1$ elementos.
- (ii) A dimensão de um espaço é o número de elementos de qualquer base deste espaço.

c) O subconjunto $\beta = \{u_1, u_2, u_3\}$ é LD pois:

- (i) Não tem n elementos;
- (ii) Pelo menos um destes vetores é combinação linear dos demais.

4) (1,0) Considere os vetores $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3, u_4)$, $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3, v_4)$, $\vec{w} = (w_1, w_2, w_3, w_4)$, e $\vec{s} = (s_1, s_2, s_3, s_4)$. É correto afirmar que:

a) O sistema $\alpha_1\vec{u} + \alpha_2\vec{v} + \alpha_3\vec{w} + \alpha_4\vec{s} = 0$ tem infinitas soluções pois:

- (i) Quatro incógnitas e quatro equações tem infinita soluções;
- (ii) O sistema é possível e indeterminado;

b) Se o determinante da matriz associada ao sistema $\alpha_1\vec{u} + \alpha_2\vec{v} + \alpha_3\vec{w} + \alpha_4\vec{s} = 0$ tiver determinante nulo então a solução do sistema é única.

- (i) O sistema é possível e determinado;
- (ii) O sistema é possível e indeterminado;

c) Se o sistema $\alpha_1\vec{u} + \alpha_2\vec{v} + \alpha_3\vec{w} + \alpha_4\vec{s} = 0$ tiver solução única $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$ então o conjunto $\beta = \{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{s}\}$ gera o R^4 pois:

- (i) Qualquer conjunto de 4 vetores gera o R^4;
- (ii) Um conjunto LI de 4 vetores gera o R^4.

5) (2,0) Qual o ângulo formado pelos vetores diretores do plano $\pi_1(r,s) = r(2, -1, \sqrt{2}) + s(1, 0, -1)$ e o plano $\pi_2 := 2x - y + \sqrt{2}z = 0$?

6) (2,0) Um vetor $\vec{u}$ faz um ângulo de 30º no sentido anti-horário com a horizontal e um vetor $\vec{v}$ faz um ângulo de 30º no sentido anti-horário com o vetor $\vec{u}$. Determine o vetor projeção do vetor $\vec{v}$ sobre o vetor $\vec{u}$.

7) (2,0) O conjunto de soluções do sintema abaixo constitui um subespaço vetorial do R^3. Determine uma base para este espaço. $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ -x \qquad - z = 0 \\ 3x + y + 4z = 0 \end{cases}$

8) (2,0) Se for possível determine a equação CARTESIANA do plano que contém as retas:

$r(t) = t(1, 1, 1) + (-3, 0, 2)$;

$s(t) = t(-2, 0, 2) + (-12, -3, 5)$;

Se não for possível explique o porquê.

9) (2,0) Determine o espaço gerado pelos vetores: $u_1 = (0, -1, 1, -1, 3)$, $u_2 = (2, 0, 1, 2, 1)$, $u_3 = (1, -1, 2, 1, 4)$, $u_4 = (-3, -1, -1, -5, 1)$.